Смер:

Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУН 2019. (први термин)

1. (1в) Свести сличне чланове следећег полинома:

$12xy^2+14x^2y-x^2y^2+xy^2-15x^2y+2x^2y^2$.

$13xy^2-x^2y+x^2y^2=xy(13y-x+xy)$

2. (7а) Израчунати вредност израза: $-2\frac{1}{2}+5\frac{3}{4}-3\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-6\frac{1}{2}$.

Решење: а) 7/2 б) −1/4 в) −13/2

$-\frac{5}{2}+\frac{23}{4}-\frac{15}{4}+\frac{1}{2}-\frac{13}{2}=-\frac{17}{2}+\frac{8}{4}=\frac{-34+8}{4}=-\frac{26}{4}=-\frac{13}{2}$

3. (15) Цена робе смањена је за 25%. За колико процената треба снизити нову цену да би цена на крају била дупло јефтинија од почетне цене?

Решење: а) 33,3% б) 25% в) 66,7%

X–цена робе

$X\cdot\left(1-\frac{25}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{P}{100}\right)=X\cdot 0{,}5$

$0{,}75\cdot\left(1-\frac{P}{100}\right)=0{,}5$

$1-\frac{P}{100}=\frac{0{,}5}{0{,}75}$

$\frac{P}{100}=1-\frac{0{,}50}{0{,}75}$

$\frac{P}{100}=1-\frac{2}{3}\Rightarrow P=\frac{100}{3}=33{,}3$

4. (31) 16 радника могу да ураде један насип за 15 дана. После 4 дана разболе се два радника. За колико ће, због тога, закаснити изградња насипа?

Решење: а) 2 дана б) 1,57 дана в) 1,8 дана

16 р. 15д. – 4 дана

16 р. 11д.

↓14 р ↑ x

$x:11=16:14$

$x=\frac{11\cdot 16}{14}=12{,}57$ дана

$12{,}57-11=1{,}57$

5. (33д) Решити једначину: $\frac{4x-1}{3}=\frac{4x-8}{6}+1$. $/\cdot 6$

Решење: а) $x=-1$ б) $x=0$ в) $x=2$

$2(4x-1)=4x-8+6$

$8x-2=4x-2$

$4x=0 \Rightarrow x=0$

6. (38) Одредити вредност параметра b ако је познато да график функције $y=-3x+b$ пролази кроз тачку $A(-2,-4)$.

Решење: а) $b=-6$ б) $b=-8$ в) $b=-10$

$-4=-3\cdot(-2)+b$

$\Rightarrow -4=6+b$

$\Rightarrow b=-10$

7. (45б) Решити систем једначина: $\begin{array}{l} 2x+3y=23 \\ x-2y=1 \end{array}$. $\Rightarrow \boxed{x=1+2y}$

$2(1+2y)+3y=23$

$\Rightarrow 2+4y+3y=23$

$\Rightarrow 7y=21$

$\Rightarrow \boxed{y=3} \Rightarrow \boxed{x=7}$

8. (53а) Решити неједначину: $(x+1)(x+2)<(x-1)^2$.

Решење: а) $x<-1/5$ б) $x>5/2$ в) $x<3/4$

$x^2+3x+2<x^2-2x+1$

$5x<-1$

$x<-1/5$

9. (55е) Решити неједначину: $\frac{x-2}{x+1}\le 3$.

Решење: а) $x\in\left[-5/2,-1\right)$ б) $x\in\{\ \}$ в) $x\in\left(-\infty,-5/2\right]\cup\left(-1,+\infty\right)$

$\frac{x-2}{x+1}-3\le 0 \Rightarrow \frac{x-2-3x-3}{x+1}\le 0 \Rightarrow \boxed{\frac{-2x-5}{x+1}}\le 0$

A

	$-\infty$	$-5/2$	-1	$+\infty$
$-2x-5$	$+$		$-$	$-$
$x+1$	$-$		$-$	$+$
A	$-$		$+$	$-$

$x\in(-\infty,-5/2]\cup(-1,+\infty)$

10. (61м) Рационалисати израз: $\dfrac{18\cdot\sqrt[3]{3}}{-12\cdot\sqrt[3]{32}}$.

Решење: а) $-\dfrac{3\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{32}}{2}$ б) $-\dfrac{3}{2\cdot\sqrt[3]{3^2}\cdot\sqrt[3]{32^2}}$ в) $-\dfrac{3\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{32^2}}{64}$

$$\frac{3\cdot\sqrt[3]{3}}{-2\cdot\sqrt[3]{32}} = -\frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{32}}\cdot\frac{\sqrt[3]{32^2}}{\sqrt[3]{32^2}} = -\frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{32^2}}{32}$$

11. (62в) Израчунати: $i^{21}-i^{17}+i^{36}-i^{42}$. $= i - i + 1 - (-1) = 2$

Решење: а) i б) 2 в) -1

$i^{21} = i^{4\cdot 5+1} = i^1$ $\quad i^{36} = i^{4\cdot 9} = 1$

$i^{17} = i^{4\cdot 4+1} = i^1$ $\quad i^{42} = i^{4\cdot 10+2} = i^2 = -1$

12. (68б) Решити следећу једначину: $\dfrac{4x}{x+3}-\dfrac{4x}{x^2+4x+3}=0$.

Решење: а) $x=1/4$ б) $x=1$ в) $x=0$

$$0 = \frac{4x\,(x+1)}{(x+3)(x+1)} - \frac{4x}{(x+1)(x+3)} = \frac{4x^2+4x-4x}{(x+1)(x+3)} = \frac{4x^2}{(x+1)(x+3)} \Rightarrow x^2=0$$

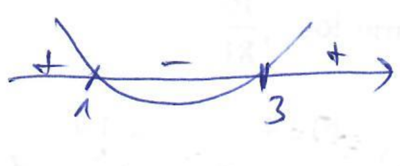
$$\Rightarrow x=0$$

13. (72б) Решити квадратну неједначину: $x^2-4x+3<0$.

Решење: а) $x\in\{\ \}$ б) $x\in(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$ в) $x\in(1,3)$

$x^2-4x+3=0$

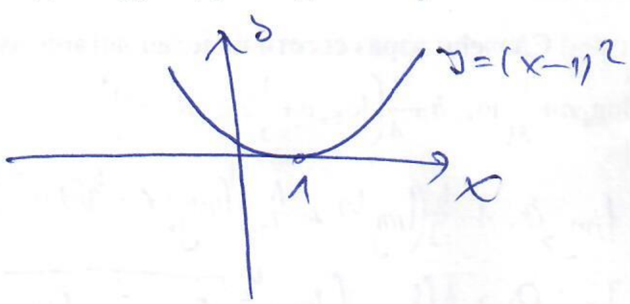
$x_1=3,\ x_2=1$



$x\in(1,3)$

14. (74а) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик: $y=x^2-2x+1$.

$y=(x-1)^2$



15. (82а) Израчунати вредност израза: $5\sin\frac{\pi}{2}+4\cos 0-3\sin\frac{3\pi}{2}+\cos\pi$.

Решење: а) -2 б) 12 в) 11

$5\cdot 1+4\cdot 1-3\cdot \cancel{\sin}\cdot(-1)-1=9+3-1=11$

16. (85б) Одредити вредности остале три тригонометријске функције угла α ако је $\cos\alpha=\frac{4}{5}$, $\left(\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi\right)$.

$\alpha \in IV$ квадранту

$\sin\alpha<0$

$tg\alpha<0$

$ctg\alpha<0$

$\sin^2\alpha=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

$\sin\alpha=-\frac{3}{5}$

$ctg\alpha=-\frac{4}{3}$

$tg\alpha=\frac{-3/5}{4/5}=-\frac{3}{4}$

17. (94а) Решити следећу једначину: $\sqrt[3]{a}=a^{\frac{3x+2}{2}}$.

Решење: а) $x=4/3$ б) $x=-4/9$ в) $x=-2/9$

$a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{3x+2}{2}} \Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{3x+2}{2} \Rightarrow 2=9x+6$

$\Rightarrow -4=9x \Rightarrow x=-4/9$

18. (95б) Решити једначину: $2^{x+1}+2^{x+2}-2^{x}=10$.

Решење: а) $x=2$ б) $x=1$ в) $x=0$

$2^x\cdot(2+4-1)=10 \Rightarrow 2^x=2 \Rightarrow x=1$

19. (97д) Израчунати: $\log_{2/3}\frac{16}{81}$.

Решење: а) 4 б) 3/4 в) 1/4

$\log_{\frac{2}{3}}\frac{2^4}{3^4}=\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}\right)^4=4\log_{\frac{2}{3}}\frac{2}{3}=4\cdot 1=4$

20. (99в) Следећи израз свести на један логаритам:

$\log_x a+\frac{1}{3}\left(\log_x b+\frac{1}{4}\left(\log_x c+\frac{1}{5}\log_x(d+e)\right)\right)$.

$=\log_x a+\frac{1}{3}\left(\log_x b+\frac{1}{4}\log_x\left(c\cdot\sqrt[5]{d+e}\right)\right)=\log_x a+\frac{1}{3}\left(\log_x b+\log_x\sqrt[4]{c\cdot\sqrt[5]{d+e}}\right)$

$=\log_x a+\frac{1}{3}\left(\log_x\left(b\cdot\sqrt[4]{c\cdot\sqrt[5]{d+e}}\right)\right)=\log_x\left(a\cdot\sqrt[3]{b\cdot\sqrt[4]{c\cdot\sqrt[5]{d+e}}}\right)$

Смер:

Име и презиме:

Пријавни број:

ПОЉОПРИВРЕДНИ ФАКУЛТЕТ • УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУН 2019. (други термин)

1. (3б) Одредити $P(x)\cdot Q(x)$ ако је: $P(x)=x^3-3x+2$, $Q(x)=x^4+x^3+4x-1$

$$P\cdot Q=(x^3-3x+2)(x^4+x^3+4x-1)$$
$$=x^7+x^6+4x^4-x^3-3x^5-3x^4-12x^2+3x+2x^4+2x^3+8x-2$$
$$=x^7+x^6-3x^5+3x^4+x^3-12x^2+11x-2$$

2. (9д) Извршити назначене операције са разломцима: $\dfrac{1}{a^2-b^2}+\dfrac{1}{a^2-2ab+b^2}$.

$$\frac{1}{\underbrace{a^2-b^2}_{(a-b)(a+b)}}+\frac{1}{(a-b)^2}=\frac{a-b+a+b}{(a-b)^2(a+b)}=\frac{2a}{(a-b)^2(a+b)}$$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%.

Решење: а) 9375 б) 13125 в) 14745

$$15000\cdot\left(1+\frac{250}{100}\right)\left(1-\frac{75}{100}\right)=15000\cdot 3{,}5\cdot 0{,}25$$
$$=13125$$

4. (31) 16 радника могу да ураде један насип за 15 дана. После 4 дана разболе се два радника. За колико ће, због тога, закаснити изградња насипа?

Решење: а) 2 дана б) 1,57 дана в) 1,8 дана

16 радн. 15 дана − 4 дана

16 радн. ↑ 11 дана
↓ 14 радн. ↑ x

$x:11=16:14$

$x=\dfrac{11\cdot 16}{14}=12{,}57$ дана

$12{,}57-11=\underline{1{,}57 \text{ дана}}$

5. (33ђ) Решити једначину: $8-4x-\dfrac{2+3x}{6}=3-\dfrac{10x+5}{3}$. $/ \cdot 6$

Решење: а) $x=3/8$ б) $x=0$ в) $x=38/7$

$48-24x-2-3x=18-20x-10$

$46-27x=8-20x$

$38=7x \Rightarrow x=38/7$

6. (42) У функцији $y=(4k-1)x-k+3$ одредити параметар k тако да функција буде опадајућа и да њен график сече позитиван део y-осе.

Решење: а) $k<1/4$ б) $k>3$ в) $k<3$

$4k-1<0$

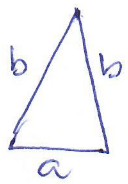
$3-k>0$

$4k<1$

$3>k$

$k<\frac{1}{4}$, $k<3$ $\Rightarrow k<1/4$

7. (51) Обим једнакокраког троугла је 30 cm, а разлика крака и основице је 3 cm. Израчунати основицу и крак троугла?



$a+2b=30$

$b-a=3$

$3b=33 \Rightarrow \boxed{b=11}$

$\Rightarrow \boxed{a=8}$

8. (53а) Решити неједначину: $(x+1)(x+2)<(x-1)^2$.

Решење: а) $x<-1/5$ б) $x>5/2$ в) $x<3/4$

$\cancel{x^2}+2x+x+2<\cancel{x^2}-2x+1$

$3x+2<-2x+1$

$5x<-1 \Rightarrow x<-1/5$

9. (58г) Израчунати: $\dfrac{4^{-2}\cdot 8^{-7}}{2^{-24}}$

Решење: а) $1/4$ б) 16 в) $1/2$

$\dfrac{2^{-4}\cdot 2^{-21}}{2^{-24}}=\dfrac{1}{2^{-24}\cdot 2^{4}\cdot 2^{21}}=\dfrac{1}{2}$

10. (61б) Рационалисати израз: $\dfrac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}}$.

$$\frac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}}\cdot\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{7}(2+\sqrt{3})}{4-3}=\sqrt{7}(2+\sqrt{3})$$

11. (65б) Израчунати вредност израза: $\dfrac{\bar{z}}{z-2}$ где је $z=3-5i$.

Решење: а) $\dfrac{10-11i}{13}$ б) $\dfrac{-11+10i}{13}$ в) $\dfrac{10+11i}{13}$

$\bar{z}=3+5i$

$z-2=1-5i$

$$\frac{\bar{z}}{z-2}=\frac{3+5i}{1-5i}\cdot\frac{1+5i}{1+5i}=\frac{3+20i-25}{1+25}=\frac{-22+20i}{26}=\frac{-11+10i}{13}$$

12. (69в) Саставити квадратну једначину чија су решења: $x_1=3, x_2=-10$.

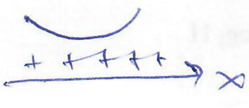
$$0=(x-3)(x+10)=x^2+10x-3x-30$$
$$=x^2+7x-30$$

13. (72б) Решити квадратну неједначину: $x^2-4x+5<0$.

Решење: а) $x\in(1,4)$ б) $x\in(-\infty,1)\cup(4,\infty)$ в) $x=\{\}$

$x^2-4x+5=0$

$x_{1,2}=\dfrac{4\pm\sqrt{16-20}}{2}\in\emptyset$



$x\in\emptyset$

14. (81) Број 18 раставити на два сабирка тако да њихов производ буде што већи.

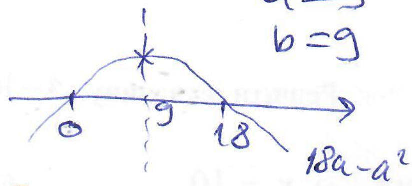
$a+b=18 \Rightarrow b=18-a$

$a\cdot b$ да буде макс.

$a\cdot b=a\cdot(18-a)=0$

$a=9$

$b=9$



15. (82в) Израчунати вредност израза $\dfrac{2\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{4}}{1+\sin^2\frac{\pi}{4}}$.

Решење: а) $\sqrt{2}$ б) 1 в) $\sqrt{2}/3$

$$\frac{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

16. (84а) Одредити вредности остале три тригонометријске функције угла α ако је $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$.

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\frac{9}{25} + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{16}{25}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{5} > 0$

$\cos\alpha > 0$

$\operatorname{tg}\alpha > 0$

$\operatorname{ctg}\alpha > 0$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4}$

$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{4}{3}$

17. (93д) Решити следећу једначину: $a^{x-9} = \frac{1}{a^{x-9}}$.

Решење: а) $x = 9$ б) $x = 18$ в) $x = 0$

$a^{x-9} = a^{-x+9} \Rightarrow x - 9 = -x + 9$

$\Rightarrow 2x = 18$

$\Rightarrow x = 9$

18. (95ђ) Решити једначину: $2 \cdot 4^x + 6^x = 9^x$.

Решење: а) $x = \log_{3/2} 2$ б) $x = 0$ в) $x = \log_2 \frac{3}{2}$

$2 \cdot 2^x \cdot 2^x + 2^x \cdot 3^x = 3^x \cdot 3^x \;/ : (3^x \cdot 3^x)$

$2 \cdot \frac{2^{2x}}{3^{2x}} + \frac{2^x}{3^x} = 1 \Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{2^x}{3^x}\right)^2 + \frac{2^x}{3^x} = 1$

$\left(\frac{2}{3}\right)^x = t > 0$

$2t^2 + t - 1 = 0$

$\cancel{t_1 = -1}$, $t_2 = \frac{1}{2}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$x = \log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{2}$

$= \log_{3/2} 2$

19. (97ж) Израчунати: $2^{4-\log_2 11}$.

Решење: а) 11/4 б) 16/11 в) 7/4

$2^4 \cdot 2^{-\log_2 11} = 16 \cdot \frac{1}{2^{\log_2 11}} = \frac{16}{11}$

20. (100ж) Решити једначину: $4 - \log_{10} x = 3\sqrt{\log_{10} x}$.

Решење: а) $x = 10$ б) $x = 1$ в) $x = 1/10$

$t = \sqrt{\log_{10} x} \geq 0$

$t^2 = \log_{10} x$

$\log_{10} x \geq 0$

$\Rightarrow x \geq 1$

$4 - t^2 = 3t$

$\Rightarrow 0 = t^2 + 3t - 4$

$t_1 = 1$, $t_2 = -4 < 0 \perp$

$\sqrt{\log_{10} x} = 1 \Rightarrow \log_{10} x = 1 \Rightarrow x = 10^1 \Rightarrow \underline{x = 10}$

Смер:

Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУЛ 2019.

1. (4а) Одредити $P(x):Q(x)$ ако је: $P(x)=x^3-x^2-x+10$, $Q(x)=x+2$.

$$(x^3-x^2-x+10):(x+2)=x^2-3x+5$$
$$-\ x^3+2x^2$$
$$-3x^2-x+10$$
$$-\ -3x^2-6x$$
$$5x+10$$
$$-\ 5x+10$$
$$0$$

2. (9в) Извршити назначене операције са разломцима: $\dfrac{16x-x^2}{x^2-4}+\dfrac{3+2x}{2-x}-\dfrac{2-3x}{x+2}$.

Решење: а) $\dfrac{4x+3}{x^2-4}$ б) $\dfrac{5x-2}{x^2-4}$ в) $\dfrac{1}{x+2}$

$$\frac{16x-x^2-(3+2x)(x+2)-(2-3x)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{16x-\cancel{x^2}-6-3x-\cancel{2x^2}-4x-2x+4+\cancel{3x^2}-6x}{x^2-4}$$
$$=\frac{x-2}{x^2-4}=\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x+2}$$

3. (18) Ако једну страницу правоугаоне њиве повећамо за 8%, а другу смањимо за 3%, за колико ће се процената променити површина њиве?

Решење: а) повећаће се за 4,76% б) повећаће се за 5% в) без промене

a, b $\quad P_1=a\cdot b$

$(1{,}0476-1)\cdot 100=4{,}76\%$ повећање

$a\cdot\left(1+\frac{8}{100}\right)$, $b\left(1-\frac{3}{100}\right)$ $\quad P_2=a\cdot b\cdot 1{,}08\cdot 0{,}97=a\cdot b\cdot\boxed{1{,}0476}$

4. (21б) Одредити x из пропорције: $(0{,}4x):0{,}35=0{,}72:0{,}07$.

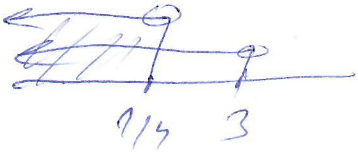
$$\frac{4}{10}x\cdot\frac{7}{100}=\frac{35}{100}\cdot\frac{72}{100}$$
$$4x\cdot 7\cdot 100=35\cdot 72\cdot 10\Rightarrow x=\frac{\overset{5}{\cancel{35}}\cdot\overset{18}{\cancel{72}}\cdot 10}{\cancel{4}\cdot\cancel{7}\cdot 100}=9$$

5. (33б) У функцији $y=(4k-1)x-k+3$ одредити параметар k тако да функција буде опадајућа и да њен график сече позитиван део y-осе.

Решење: а) $k>3$ б) $k<1/4$ в) $k<2/3$

$4k-1<0 \Rightarrow k<\frac{1}{4}$

$3-k>0 \Rightarrow k<3$ $\Rightarrow k<\frac{1}{4}$



6. (42) У функцији $y=(4k-1)x-k+3$ одредити параметар k тако да функција буде опадајућа и да њен график сече позитиван део y-осе.

Решење: а) $k<1/4$ б) $k<3$ в) $1/4<k<3$

7. (48) Збир два броја је 108, а њихов количник је 5:7. Који су то бројеви?

$x+y=108 \Rightarrow x=108-y$

$x:y=5:7 \Rightarrow 7x=5y \Rightarrow 7(108-y)=5y$

$\Rightarrow 756-7y=5y \Rightarrow 12y=756$

$\Rightarrow y=63$

$\Rightarrow x=45$

8. (58г) Израчунати: $\dfrac{4^{-2}\cdot 8^{-7}}{2^{-24}}$.

Решење: а) 1/2 б) 4 в) 2

$$\frac{(2^2)^{-2}(2^3)^{-7}}{2^{-24}}=\frac{2^{-4}\cdot 2^{-21}}{2^{-24}}=\frac{2^{-25}}{2^{-24}}=\frac{1}{2^{25-24}}=\frac{1}{2}$$

9. (61а) Рационалисати израз: $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$.

Решење: а) $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$ б) $\dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{6}}{3}$ в) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{15}+\sqrt{6}}{5-2}=\frac{\sqrt{15}+\sqrt{6}}{3}$$

10. (61н) Рационалисати израз: $\dfrac{-8}{2\sqrt{3}+6}$.

Решење: а) $\dfrac{2\sqrt{3}-6}{3}$ б) $\dfrac{2\sqrt{3}+3}{3}$ в) $\dfrac{4\sqrt{3}-2}{3}$

$$\frac{-8}{2\sqrt{3}+6}\cdot\frac{2\sqrt{3}-6}{2\sqrt{3}-6}=\frac{-16\sqrt{3}+48}{4\cdot3-36}=\frac{-16(\sqrt{3}-3)}{-24}=\frac{2(\sqrt{3}-3)}{3}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}-6}{3}$$

11. (65в) Израчунати вредност израза: $\dfrac{\bar{z}-3}{z+5}$ где је $z=-6+i$.

Решење: а) $\dfrac{1+4i}{5}$ б) $5-4i$ в) $4+5i$

$\bar{z}=-6-i$

$\bar{z}-3=-9-i$

$z+5=-1+i$

$$\frac{\bar{z}-3}{z+5}=\frac{-9-i}{-1+i}\cdot\frac{-1-i}{-1-i}=\frac{9+9i+i+i^2}{1^2+1^2}=\frac{8+10i}{2}$$
$$=4+5i$$

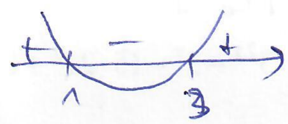
-1

12. (72б) Решити квадратну неједначину: $x^2-4x+3<0$.

Решење: а) $x\in\{\ \}$ б) $x\in(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$ в) $x\in(1,3)$

$x^2-4x+3=0$

$x_1=1,\ x_2=3$

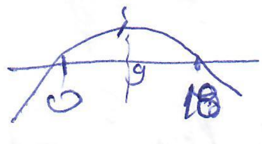


$x\in(1,3)$

13. (81) Број 18 раставити на два сабирка тако да њихов производ буде што већи.

$\boxed{x+y=18}\Rightarrow x=18-y$

$x\cdot y=(18-y)\cdot y$



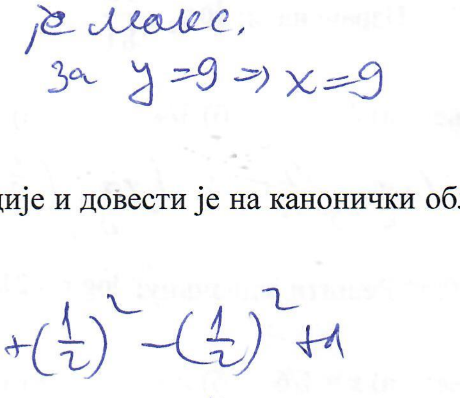
$x\cdot y$ је макс.

за $y=9\Rightarrow x=9$

14. (80) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик:
$y=x^2+x+1$.

$$x^2+x+1=x^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2+1$$
$$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$$

$T\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$



15. (82в) Израчунати вредност израза $\dfrac{2\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{4}}{1+\sin^2\frac{\pi}{4}}$.

Решење: а) $\sqrt{3}/2$ б) $\sqrt{2}/3$ в) $2\sqrt{2}/3$

$$= \frac{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1+1/2} = \frac{\sqrt{2}/2}{3/2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

16. (86а) Доказати идентитет: $\dfrac{1-2\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha-1}=1$.

$$\frac{1-2(1-\sin^2\alpha)}{2\sin^2\alpha-1} = \frac{1-2+2\sin^2\alpha}{2\sin^2\alpha-1} = \frac{2\sin^2\alpha-1}{2\sin^2\alpha-1} = 1$$

17. (93ђ) Решити следећу једначину: $21\cdot 3^x-5^{x+2}=9\cdot 3^{x+2}-5^{x+3}$

Решење: а) $x=2$ б) $x=0$ в) $x=-1$

$$21\cdot 3^x-9\cdot 3^2\cdot 3^x=5^x\cdot 5^2-5^x\cdot 5^3$$

$$21\cdot 3^x-81\cdot 3^x=25\cdot 5^x-125\cdot 5^x$$

$$-60\cdot 3^x=-100\cdot 5^x \quad /:(-20)$$

$$3\cdot 3^x=5\cdot 5^x$$

$$\frac{3}{5}=\frac{5^x}{3^x}$$

$$\frac{3}{5}=\left(\frac{5}{3}\right)^x \Rightarrow x=-1$$

18. (95д) Решити следећу једначину: $5^{2x}-3^x-15\cdot 25^x+15\cdot 3^x=0$.

Решење: а) $x=0$ б) $x=3$ в) $x=1$

$$25^x-3^x-15\cdot 25^x+15\cdot 3^x=0$$

$$-14\cdot 25^x=-14\cdot 3^x \Rightarrow 25^x=3^x \Rightarrow x=0$$

19. (97д) Израчунати: $\log_{2/3}\dfrac{16}{81}$.

Решење: а) 4 б) 3/4 в) 1/4

$$\log_{2/3}\frac{2^4}{3^4}=\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}\right)^4=4\log_{\frac{2}{3}}\frac{2}{3}=4\cdot 1=4$$

20. (100г) Решити једначину: $\log x=2\log 4+\dfrac{1}{3}\log 27-\dfrac{1}{2}\log 64$.

Решење: а) $x=1/6$ б) $x=6$ в) $x=1$

$$\log x=\log\frac{4^2\cdot\sqrt[3]{27}}{\sqrt{64}}$$

$$=\log\frac{16\cdot 3}{8}$$

$$\log x=\log\frac{2\cdot 3}{1}$$

$$x=6$$

Смер: **Име и презиме:**

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, СЕПТЕМБАР 2019.

1. (6е) Раставити на чиниоце следећи полином: $ax^3y^3 - 3ax^2y^2 + 3axy - a$.

Решење: а) $a(1-xy)^3$ б) $a(xy-1)^3$ в) $a(xy+1)^3$

$ax^3y^3 - 3ax^2y^2 + 3axy - a = a(x^3y^3 - 3x^2y^2 + 3xy - 1)$
$= a(xy-1)^3$

2. (9а) Извршити назначене операције са разломцима: $\dfrac{x}{x-y} + \dfrac{y}{x+y} - \dfrac{2y}{x}$.

$\dfrac{x}{x-y} + \dfrac{y}{x+y} - \dfrac{2y}{x} = \dfrac{x^2(x+y) + xy(x-y) - 2y(x^2-y^2)}{(x-y)(x+y)x} = \dfrac{x^3 + \cancel{x^2y} + \cancel{x^2y} - xy^2 - \cancel{2x^2y} + 2y^3}{(x-y)(x+y)x}$
$= \dfrac{x^3 - xy^2 + 2y^3}{(x-y)(x+y)x}$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%.

Решење: а) 9375 б) 13125 в) 14745

$15000 \cdot \left(1 + \frac{250}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{75}{100}\right) = 15000 \cdot 3{,}5 \cdot 0{,}25 = 13125$

4. (21б) Одредити x из пропорције: $(0{,}4x) : 0{,}35 = 0{,}72 : 0{,}07$.

$0{,}4x \cdot 0{,}07 = 0{,}72 \cdot 0{,}35 \Rightarrow \frac{4}{10} \cdot \frac{7}{100} x = \frac{\overset{18}{\cancel{72}}}{100} \cdot \frac{\overset{5}{\cancel{35}}}{100}$
$\Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{90}{100} \Rightarrow x = 9$

5. (33к) Решити једначину: $(x+2)^2 - (x-3)^2 + (x+4)^2 - (x+1)^2 = 0$.

Решење: а) $x = -5/8$ б) $x = 7/3$ в) $x = 3/4$

$\cancel{x^2} + 4x + 4 - \cancel{x^2} + 6x - 9 + \cancel{x^2} + 8x + 16 - \cancel{x^2} - 2x - 1 = 0$
$16x = -10 \Rightarrow x = \frac{-10}{16} = \frac{-5}{8}$

6. (43) У функцији $y=(3k+6)x+k-7$ одредити параметар k тако да функција буде растућа и да њен график сече негативни део y-осе.

Решење: а) $k>7$ б) $-2<k<7$ в) $k<-2$

Растућа: $\dfrac{3k+6>0}{k-7<0} \Rightarrow \begin{matrix}3k>-6\\ k<7\end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix}k>-2\\ k<7\end{matrix} \Rightarrow -2<k<7$

7. (54д) Решити систем неједначина: $\begin{matrix}2(x-3)-2>x\\ 2(x-6)+4>3(x-5)-2\end{matrix}$.

Решење: а) $x<9$ б) $8<x<9$ в) $x>8$

$\dfrac{\begin{matrix}2x-6-2>x\\ 2x-12+4>3x-15-2\end{matrix}}{} \quad \dfrac{\begin{matrix}x>8\\ -x>-9\end{matrix}}{} \quad \begin{matrix}x>8\\ x<9\end{matrix} \Rightarrow 8<x<9$

8. (60б) Израчунати: $\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[5]{x^5}\cdot\sqrt[8]{x^7}$.

Решење: а) $x^{11/24}$ б) $x^{61/24}$ в) $x^{19/24}$

$x^{\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{5}{5}}\cdot x^{\frac{7}{8}}=x^{\frac{2}{3}+1+\frac{7}{8}}=x^{\frac{16+24+21}{24}}=x^{\frac{61}{24}}$

9. (60г) Израчунати: $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[6]{a^5b}\cdot\sqrt[12]{a^7b^{11}}$.

Решење: а) $\sqrt[12]{a\cdot b^2}$ б) $a\cdot b\cdot\sqrt[12]{a^2\cdot b}$ в) $a^2\cdot b\cdot\sqrt[12]{a\cdot b}$

$\sqrt[12]{a^8a^{10}b^2a^7b^{11}}=\sqrt[12]{a^{25}b^{13}}=\sqrt[12]{a^{24}\cdot a\cdot b^{12}\cdot b}=a^2b\sqrt[12]{ab}$

10. (61ј) Рационалисати израз: $\dfrac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}$.

Решење: а) $\dfrac{7(\sqrt{32}+\sqrt{8})}{40}$ б) $\dfrac{7\sqrt{2}}{12}$ в) $\dfrac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}$

$\dfrac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}\cdot\dfrac{\sqrt{32}-\sqrt{8}}{\sqrt{32}-\sqrt{8}}=\dfrac{7(\sqrt{32}-\sqrt{8})}{32-8}=\dfrac{7(\sqrt{32}-\sqrt{8})}{24}=\dfrac{7(2\sqrt{8}-\sqrt{8})}{24}=\dfrac{7\cdot2\sqrt{2}}{24}=\dfrac{7\sqrt{2}}{12}$

11. (69г) Саставити квадратну једначину чија су решења: $x_1=2+3i, x_2=2-3i$.

$(x-(2+3i))(x-(2-3i))$

$=x^2-x(2-3i)-x(2+3i)+(2+3i)(2-3i)$

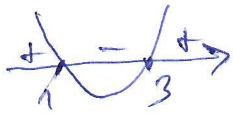
$=x^2-2x+\cancel{3xi}-2x-\cancel{3xi}+4+9=x^2-4x+13.$

12. (72б) Решити квадратну неједначину: $x^2-4x+3<0$.

Решење: а) $x \in \{\ \}$ б) $x \in (-\infty,1) \cup (3,+\infty)$ в) $x \in (1,3)$

$x^2-4x+3=0$

$x_{1,2}=\dfrac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}$ $\nearrow x_1=3$, $\searrow x_2=1$



$x \in (1,3)$

13. (70а) Раставити на линеарне чиниоце: x^2-5x+4.

Решење: а) $(x+1)(x-4)$ б) $(x-1)(x-4)$ в) $(x-1)(x+4)$

$x^2-5x+4=0$

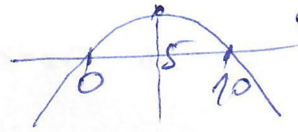
$x_1=1,\ x_2=4$

$x^2-5x+4=1\cdot(x-1)(x-4)$

14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.

$2a+2b=20 \Rightarrow a+b=10 \Rightarrow a=10-b$

$P=a\cdot b \Rightarrow P=(10-b)\cdot b=0 \Rightarrow b=0,\ b=10$



P_{max} је за $\boxed{b=5}$

$\Downarrow$

$\boxed{a=5}$

$P=5\cdot 5=25$

15. (82г) Израчунати вредност израза $\dfrac{5\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6}+\operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{4}}{\sin^2\frac{\pi}{3}-2\operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{4}}$.

Решење: а) $-64/7$ б) $-32/15$ в) $18/13$

$\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}=\dfrac{\sin\frac{\pi}{6}}{\cos\frac{\pi}{6}}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt3}{2}}=\dfrac{\sqrt3}{3}$; $\sin\frac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt3}{2}$

$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}=\dfrac{\cos\pi/4}{\sin\pi/4}=\dfrac{\sqrt2/2}{\sqrt2/2}=1$;

$\dfrac{5\left(\frac{\sqrt3}{3}\right)^2+1^2}{\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2-2\cdot1^2}=\dfrac{5\cdot\frac{1}{3}+1}{\frac{3}{4}-2}=\dfrac{\frac{8}{3}}{-\frac{5}{4}}=-\dfrac{32}{15}$

16. (86а) Доказати идентитет: $\dfrac{1-2\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha-1}=1$.

$\dfrac{1-2\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha-1}=\dfrac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-2\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=1$

17. (94а) Решити једначину: $\sqrt[3]{a}=a^{\frac{3x+2}{2}}$.

Решење: а) $x=0$ б) $x=-4/9$ в) $x=1/3$

$a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{3x+2}{2}} \Rightarrow \dfrac{1}{3}=\dfrac{3x+2}{2} \Rightarrow 2=9x+6 \Rightarrow -4=9x$

$\Rightarrow x=-\dfrac{4}{9}$

18. (95б) Решити следећу једначину: $2^{x+1}+2^{x+2}-2^{x}=10$.

Решење: а) $x=1$ б) $x=4$ в) $x=0$

$2^x\cdot(2+4-1)=10 \Rightarrow 2^x\cdot 5=10 \Rightarrow 2^x=2 \Rightarrow x=1$

19. (98ж) Трансформисати у збир следећи израз: $\log_a(4a^3b\cdot\sqrt[7]{x^2y^5})$.

$=\log_a 4+3\log_a a+\log_a b+\frac{1}{7}\log_a(x^2y^5)$

$=\log_a 4+3\cancel{\log_a a}^{1}+\log_a b+\frac{1}{7}(2\log_a x+5\log_a y)$

20. (100г) Решити једначину: $\log x=2\log 4+\frac{1}{3}\log 27-\frac{1}{2}\log 64$.

Решење: а) $x=1/6$ б) $x=6$ в) $x=1$

$\log x=\log 4^2+\log\sqrt[3]{27}-\log\sqrt{64}$

$=\log\frac{16\cdot 3}{8}=\log 6 \Rightarrow x=6$

Смер:

Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ОКТОБАР 2019.

1. (6е) Раставити на чиниоце следећи полином: $ax^3y^3 - 3ax^2y^2 + 3axy - a$.

Решење: а) $a(1-xy)^3$ б) $a(xy-1)^3$ в) $a(xy+1)^3$

$a\left((xy)^3 - 3(xy)^2\cdot 1 + 3(xy)\cdot 1^2 - 1^3\right) = a(xy-1)^3$

2. (9а) Извршити назначене операције са разломцима: $\frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} - \frac{2y}{x}$.

$$\frac{x(x+y)x + y(x-y)x - 2y(x^2-y^2)}{(x-y)(x+y)x} = \frac{x^3 + \cancel{x^2y} + \cancel{x^2y} - xy^2 - \cancel{2x^2y} + 2y^3}{x(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^3 - xy^2 + 2y^3}{x(x-y)(x+y)}$$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%. Добиће се?

Решење: а) 9375 б) 13125 в) 39375

$15000\cdot\left(1+\frac{250}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{75}{100}\right)$

$= 15000\cdot 3{,}5\cdot 0{,}25 = 13125$

4. (30) Углови троугла односе се као 2:3:4. Колики је највећи угао?

$\alpha:\beta:\gamma = 2:3:4$

$\alpha+\beta+\gamma = 180^\circ$

$\Rightarrow 2k+3k+4k = 180^\circ \Rightarrow 9k = 180^\circ$

$\Rightarrow \underline{k = 20}$

$\gamma = 4\cdot k = 80^\circ$

$\beta = 3\cdot k = 60^\circ$

$\alpha = 2\cdot k = 40^\circ$

5. (33к) Решити једначину: $(x+2)^2-(x-3)^2+(x+4)^2-(x+1)^2=0$.

Решење: а) $x=-5/8$ б) $x=7/3$ в) $x=3/4$

$$\cancel{x^2}+4x+4-\cancel{x^2}+6x-9+\cancel{x^2}+8x+16-\cancel{x^2}-2x-1=0$$

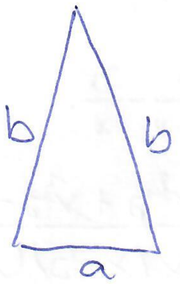
$$16x=-10 \Rightarrow x=\frac{-10}{16}=\frac{-5}{8}$$

6. (43) У функцији $y=(3k+6)x+k-7$ одредити параметар k тако да функција буде растућа и да њен график сече негативни део y-осе.

Решење: а) $k>7$ б) $-2<k<7$ в) $k<-2$

$$\begin{array}{l} 3k+6>0 \\ k-7<0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 3k>-6 \\ k<7 \end{array} \qquad \begin{array}{l} k>-2 \\ k<7 \end{array} \Rightarrow -2<k<7$$

7. (51) Обим једнакокраког троугла је 30 cm, а разлика крака и основице је 3 cm. Израчунати основицу и крак.

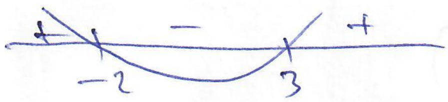


$$\begin{array}{l} a+2b=30 \\ b-a=3 \\ \hline 3b=33 \end{array} \qquad \boxed{a=8}$$

$$\Rightarrow \boxed{b=11}$$

8. (55з) Решити неједначину: $(x-3)(x+2)>0$.

Решење: а) $x\in(-2,3)$ б) $x\in(-3,2)\cup(2,\infty)$ в) $x\in(-\infty,-2)\cup(3,\infty)$



$$x\in(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$$

9. (60г) Израчунати: $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[6]{a^5b}\cdot\sqrt[12]{a^7b^{11}}$.

Решење: а) $\sqrt[12]{a\cdot b^2}$ б) $a\cdot b\cdot\sqrt[12]{a^2\cdot b}$ в) $a^2\cdot b\cdot\sqrt[12]{a\cdot b}$

$$\sqrt[12]{a^8\cdot a^{10}b^2a^7b^{11}}=\sqrt[12]{a^{24}\cdot a\cdot b^{12}\cdot b}=a^2b\cdot\sqrt[12]{ab}$$

10. (61ј) Рационалисати израз: $\dfrac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}$.

Решење: а) $\dfrac{7(\sqrt{32}+\sqrt{8})}{40}$ б) $\dfrac{7\sqrt{2}}{12}$ в) $\dfrac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}$

$$\frac{7}{2\sqrt8+\sqrt8}=\frac{7}{3\sqrt8}\cdot\frac{\sqrt8}{\sqrt8}=\frac{7\cdot\sqrt8}{3\cdot 8}=\frac{7\cdot 2\sqrt2}{3\cdot \cancel{8}_4}=\frac{7\sqrt2}{12}$$

11. (65г) Израчунати вредност израза: $\dfrac{z\cdot\bar{z}}{2i+z^2}$ где је $z=3i$.

$\bar{z}=-3i$

$z^2=-9$

$$\frac{3i\cdot(-3i)}{2i-9}=\frac{-9i^{2}}{-9+2i}=\frac{9}{-9+2i}\cdot\frac{-9-2i}{-9-2i}$$

$i^2 = -1$

$$=\frac{-81-18i}{81+4}=\frac{-81-18i}{85}$$

12. (69ђ) Саставити квадратну једначину чија су решења: $x_1=\dfrac{5}{6}$, $x_2=0$.

Решење: а) $x^2+5x=0$ б) $6x^2+5x=0$ в) $6x^2-5x=0$

$(x-0)(x-\frac{5}{6})=0$

$x(x-\frac{5}{6})=0\ /\cdot 6$

$x(6x-5)=0$

$\Rightarrow 6x^2-5x=0$

13. (72д) Решити квадратну неједначину: $x^2+6x+7>0$.

Решење: а) $x\in(-\infty,-3-\sqrt{2})\cup(-3+\sqrt{2},\infty)$ б) $x\in(-3-\sqrt{2},-3+\sqrt{2})$ в) $x\in\{\}$

$x^2+6x+7=0$

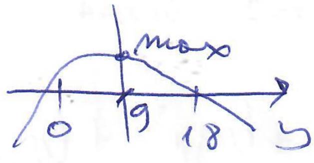
$x_{1,2}=\dfrac{-6\pm\sqrt{36-28}}{2}=\dfrac{-6\pm2\sqrt2}{2}=-3\pm\sqrt2$

$x\in(-\infty,-3-\sqrt2)\cup(-3+\sqrt2,+\infty)$

14. (81) Број 18 раставити на два сабирка тако да њихов производ буде што већи.

$a+b=18\Rightarrow b=18-a$

$a\cdot b=a\cdot(18-a)=y$



$a=9\Rightarrow b=9$

15. (83в) Израчунати вредност израза. $3\sin^2\dfrac{\pi}{2}-4\tan^2\dfrac{\pi}{4}-3\cos^2\dfrac{\pi}{6}+3\cot^2\dfrac{\pi}{2}$

Решење: а) $-25/4$ б) $-13/4$ в) $11/4$

$$3\cdot1-4\cdot1-3\cdot\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2+3\cdot0=-1-3\cdot\frac{3}{4}=-\frac{13}{4}$$

16. (89а) Одредити сва решења једначине: $\sin\alpha = -1$.

$\alpha = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$

17. (93ђ) Решити следећу једначину: $\sqrt[4]{5^{6-x}} = \sqrt[3]{5^{x+2}}$.

Решење: а) $x = 10/7$ б) $x = 2$ в) $x = 3/5$

$5^{\frac{6-x}{4}} = 5^{\frac{x+2}{3}} \Rightarrow \frac{6-x}{4} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow 18 - 3x = 4x + 8 \Rightarrow 10 = 7x \Rightarrow x = 10/7$

18. (95а) Решити следећу једначину: $21 \cdot 3^x - 5^{x+2} = 9 \cdot 3^{x+2} - 5^{x+3}$

Решење: а) $x = 2$ б) $x = 0$ в) $x = -1$

$21 \cdot 3^x - 9 \cdot 3^2 \cdot 3^x = 5^x \cdot 25 - 5^x \cdot 125$

$-60 \cdot 3^x = -100 \cdot 5^x$

$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{5}{3} \Rightarrow x = -1$

19. (97в) Израчунати: $\log_2 8 \cdot \log_3 81 \cdot \log_2 \frac{1}{16} \cdot \log_3 \frac{1}{27}$.

Решење: а) 1 б) 144 в) 12

$\log_2 2^3 \cdot \log_3 3^4 \cdot \log_2 2^{-4} \cdot \log_3 3^{-3} = 3 \cdot 4 \cdot (-4) \cdot (-3) = 144$

20. (100б) Решити једначину: $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$.

Решење: а) $x = 2$ б) $x = 4$ в) $x = 16$

$\log_{2^4} x + \log_{2^2} x + \log_2 x = 7$

$\frac{1}{4}\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x + \log_2 x = 7 \ / \cdot 4$

$1\log_2 x + 2\log_2 x + 4\log_2 x = 28$

$7\log_2 x = 28 \Rightarrow \log_2 x = 4 \Rightarrow x = 2^4$

$\Rightarrow x = 16$